

## Lista 4- Electromagnetismo 1

1) Uma esfera de raio  $R$  apresenta uma densidade superficial de cargas  $\sigma_R(\theta) = \alpha \cos \theta$ . Uma outra concêntrica e externa a esta de raio  $2R$  é condutora e apresenta-se aterrada,  $\phi(2R, \theta) = 0$ , Qual é o potencial elétrico criado entre as esferas? E o interior à esfera carregada?

Resposta: Entre as esferas  $\phi = \frac{\alpha R}{12\epsilon_0} \left[ \left( \frac{2R}{r} \right)^2 - \frac{r}{2R} \right]$

2) O potencial criado por uma distribuição de cargas interior a uma casca cilíndrica infinitamente longa apresenta o valor conhecido sobre a superfície do cilindro:  $\Phi(\theta) = \Phi_0 \cos^2(\theta)$ . Encontre o potencial criado por essa distribuição de cargas no espaço externo ao cilindro.

3) a) Usando o potencial de um dipolo:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P_i \hat{r}_i}{r^2} \quad (1)$$

mostre que

$$E_i(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3P_j \hat{r}_j \hat{r}_i - P_i}{r^3}. \quad (2)$$

A seguir suponha  $\vec{P}$  paralelo ao eixo  $z$ .

b) Expresse as componentes cartesianas do campo elétrico em termos de coordenadas esféricas.  
c) Mostre que a integral deste campo sobre uma esfera centrada na origem é nula se a integração angular for realizada antes da radial ( i.e.: ou se uma pequena esfera centrada na origem for excluída).

d) Corrija a expressão do campo elétrico para que o seu valor médio na esfera, calculado com essa prescrição, coincida com  $-\vec{P}/3V_{\text{esfera}}$ , acrescentando um termo expresso com a função delta de Dirac.

4) Considere dois anéis uniformemente carregados. Um deles tem densidade linear uniforme  $\lambda_1$ , raio  $R_1$ , e está paralelo ao plano  $XY$  e centrado no ponto  $\vec{c} = L\hat{z}$ . O outro é paralelo a esse com centro no eixo  $z$ , no ponto  $\vec{c} = -L\hat{z}$  e tem densidade linear uniforme  $\lambda_2$ , e raio  $R_2$ .

a) Expresse o potencial exato para ponto do eixo  $z$ . Realize a expansão adequada para valores grandes de  $z$ , como uma soma em potências inversas de  $z$ .

b) Encontre, **partindo das definições**, os momentos de monopolo e dipolo dessa configuração.

c) Expresse a expansão do potencial em multipolos até os termos de dipolo.

d) Compare os resultados de a e b. São compatíveis? Haverá termos de multipolos de ordem mais alta, ou eles são nulos.